CONCOURS BLANC de MATHEMATIQUES n°1

Mercredi 14 décembre 2005

La calculatrice est autorisée.

Exercice n°1 : (8 points)

Soit un segment [MA] et soit a la mesure, en centimètres, de la longueur de ce segment.

1. Tracer le cercle $\mathcal{C}_1$ de centre M et de rayon a et le cercle $\mathcal{C}_2$ de centre A et de rayon a.
Les cercles $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ se coupent en deux points dont l'un, O, est tel que (M, O, A) soit décrit dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre.
Démontrer que le triangle MOA est équilatéral.

2. Tracer le cercle $\mathcal{C}_3$ de centre O et de rayon a. Le cercle. $\mathcal{C}_3$ recoupe la demi-droite [MO) au point T.
Démontrer que le triangle MAT est rectangle en A.

3. Soit R le point d'intersection du cercle $\mathcal{C}_2$ et du segment [AT].
Tracer le cercle $\mathcal{C}_4$ de centre R et de rayon a. Soit S le point où le cercle $\mathcal{C}_4$ recoupe le cercle $\mathcal{C}_1$, et soit I le point d'intersection de $\mathcal{C}_4$ et de $\mathcal{C}_2$ situé à l'extérieur du disque constitué par $\mathcal{C}_1$.
3.1 Démontrer que le quadrilatère MARS est un carré.
3.2 Démontrer que le triangle SOR est isocèle de sommet O.
Calculer SO en fonction de a.
3.3 Démontrer que le triangle OAI est rectangle isocèle de sommet A.
Calculer OI en fonction de a.
3.4 Démontrer que les points S, O et I sont alignés et calculer SI en fonction de a.

Questions complémentaires :

4. Dans la question 1, il vous est demandé de démontrer que le triangle MAO est équilatéral.
Peut-on poser cette question sous cette forme à des élèves de Cycle 3 ? Sinon quelle formulation conforme aux programmes pourrait-on utiliser pour poser une question équivalente en Cycle 3 et quelles méthodes seraient alors possibles et recevables ?

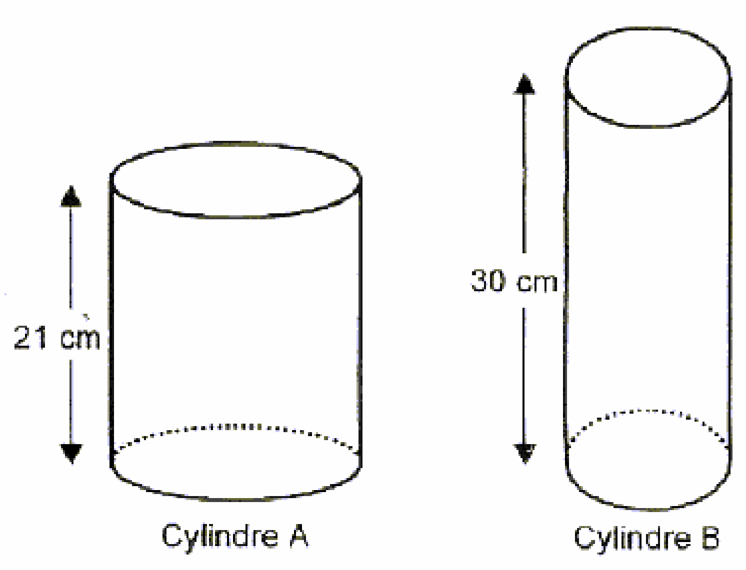
5. L'**annexe** reproduit un exercice de la page 69 du manuel de mathématiques CM2, collection Diagonale, Nathan.

Chaque réponse devra être justifiée.
5.1. Reproduire la figure.
5.2. Rédigez les étapes non écrites de façon à ce qu'elles soient accessibles à un élève de CM2.
5.3. Analysez la présentation de cet exercice. Cet énoncé vous semble-t-il suffisant pour que l'élève s'engage dans une tâche ? Quel(s) complément(s) proposeriez-vous ?
5.4. Qu'implique pour l'élève ce choix de présentation ?
5.5. À partir de la situation telle qu'elle est présentée, décrivez ou analysez le travail qu'un élève a à effectuer pour reproduire la figure.

<u>Exercice n°2 :</u> (3 points)

FORMULAIRE
Longueur d'un cercle de rayon R : $2\pi R$
Aire d'un disque de rayon R : πR^2
Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon de base R : $\pi R^2 h$

On se propose de fabriquer un cylindre en roulant une feuille de carton rectangulaire dont les dimensions sont : largeur : 21 cm et longueur : 30 cm.
Il existe *2* façons de rouler la feuille pour obtenir un cylindre. (Voir schémas ci-dessous).



1-
a) Quel est le périmètre de la base du cylindre A ?
b) Calculer, en dm^3, le volume du cylindre A.

2-
Calculer de la même façon le volume du cylindre B.
Quel cylindre a le plus grand volume ?

3-
Calculer l'aire latérale de chaque cylindre.

4-
Calculer l'aire totale de chaque cylindre.

<u>Exercice n°3 :</u> (3 points)

1°) Voici deux propositions concernant des nombres donnés en écriture décimale. Dire, pour chacune d'elles, si elle est vraie ou fausse et justifier.

Proposition A
Si l'écriture d'un nombre entier se termine par 2, alors l'écriture du carré de ce nombre se termine par 4.

Proposition B
Si l'écriture d'un nombre entier se termine par 4, alors l'écriture du carré de ce nombre se termine par 16.

2°) L'écriture d'un nombre entier n est de la forme : a5 où a est le chiffre des dizaines, différent de zéro.

Démontrer que n^2 s'écrit avec quatre chiffres au plus.

Démontrer que l'écriture de n^2 se termine par 25 et que le nombre de centaines de n^2 est égal à : $a(a + 1)$.

<u>Exercice n°4 :</u> (6 points)

Problème 1 :
Des billes doivent être partagées entre deux enfants de telle sorte que le produit du nombre de billes attribuées au premier par le nombre de billes attribuées au second soit égal à 285.
Quels sont tous les résultats possibles du partage ?

Problème 2 :
Trois personnes ont reçu chacune une somme d'argent différente exprimée en euros (nombre entier). Soit S1 le montant reçu par la première personne, S2 le montant reçu par la deuxième personne et S3 le montant reçu par la troisième personne. Sachant que S1 x S2 x S3 = 2431, déterminez toutes les solutions possibles.

Problème 3 :
Dans un jeu, une cagnotte d'un montant exprimé par un nombre entier inférieur à 4000 € est partagée entre les gagnants. Chacun reçoit 129 €. Il reste 28 € dans la cagnotte.
Quel est le montant maximal de la cagnotte ?

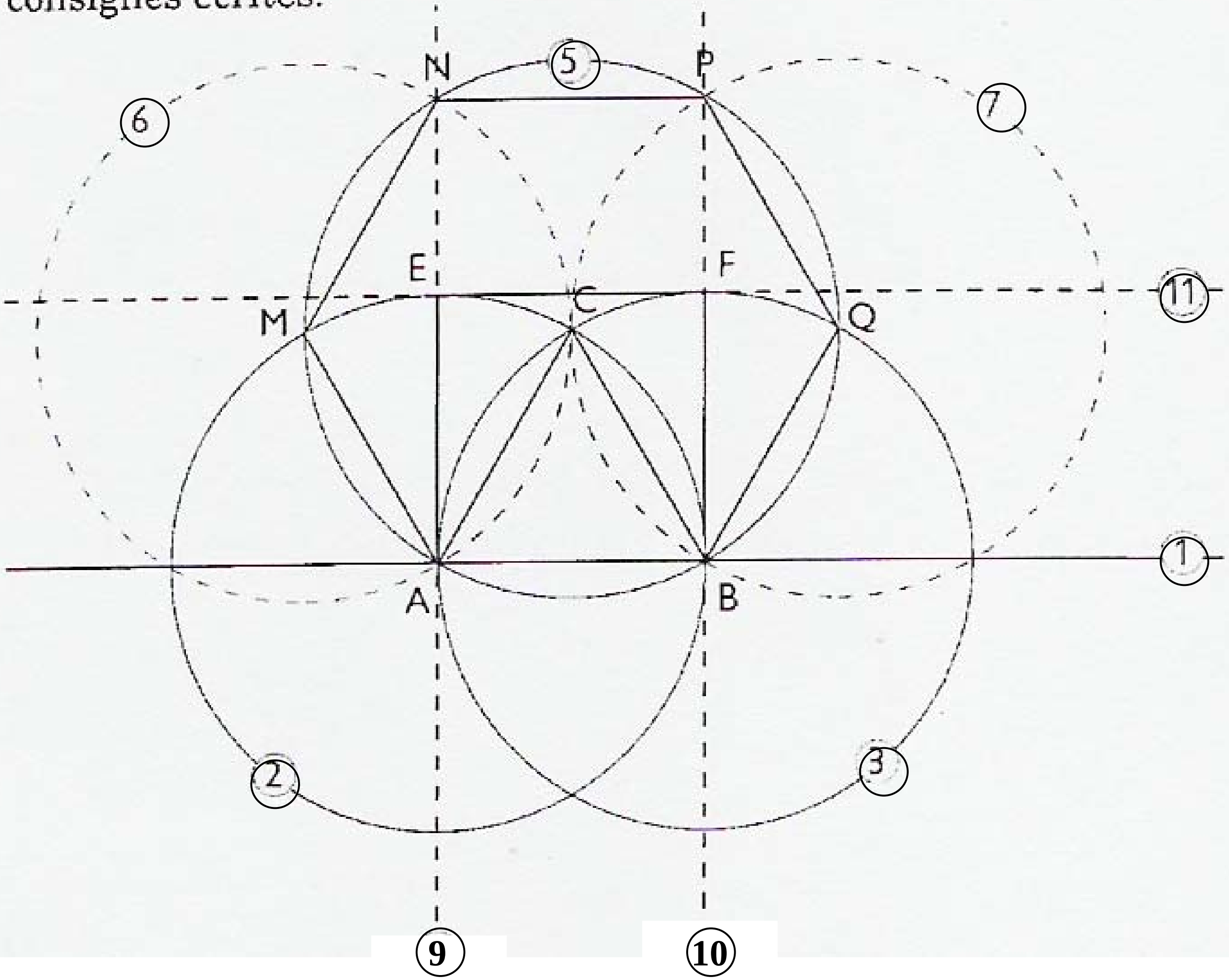
<u>Questions complémentaires :</u>

1. Donnez des caractéristiques possibles pour des énoncés de problèmes rencontrés à l'école élémentaire ?
2. Dans quelle(s) catégorie(s) mettriez-vous chacun de ces 3 énoncés ?

Annexe

1 Exercice

Cette figure complexe peut être réalisée en douze étapes.
Chaque étape est indiquée par un numéro d'ordre sur la figure ou dans la liste des consignes écrites.



1 Trace une droite, puis marque deux points A et B sur cette droite tels que AB = 2,5 cm.

4 Trace le triangle équilatéral ABC.

8 Trace l'hexagone régulier AMNPQB.

12 Trace le carré AEFB.