SOMMAIRE

Nous avons pris pour base de travail les deux ouvrages suivants :
- ERMEL. “Apprentissages mathématiques à l’école élémentaire”, cycle élémentaire, Tome 2.
- ERMEL. “Apprentissages mathématiques à l’école élémentaire”, cycle moyen, Tome 2,
parus chez HATIER.

Les recherches ont été menées dans le cadre de l’IREM d’AIX-MARSEILLE, antenne de la REUNION. Une première édition est parue en 1981 sous le titre :
“DIVISION - classes de CE2 - classes de CM - classes de Perfectionnement.”

La présente édition, remaniée, a toujours pour objectif de venir en aide aux maîtres en leur proposant une progression suffisamment lente et détaillée qui permette à tous les enfants d’atteindre les objectifs fixés par les programmes officiels concernant la division euclidienne dans l’ensemble des entiers naturels, conformément à la nouvelle organisation en cycles pédagogiques.

PLANNING DES ACTIVITES CONCERNANT LA DIVISION AU CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS

- Première année : commencer les premières activités 6 semaines avant la fin de l’année scolaire, même si la technique de la soustraction n’est pas totalement au point. L’objectif n’est pas d’atteindre la technique de division habituelle mais d’y préparer les enfants. A la fin de cette année, les élèves doivent être capable de trouver le quotient et le reste quelque soit la taille des deux nombres donnés entiers.

- Deuxième année : ne pas attendre le 2^{e} trimestre mais reprendre les activités de la 1^{re} année vers le 11 novembre afin que l’oubli ne soit pas important. L’étude sera poursuivie tout au long du 2^{e} trimestre et les acquis seront ensuite régulièrement entretenus.

- Troisième année : les acquis seront réutilisés dès le 1^{er} trimestre. Les enfants parviendront, au plus tard au 2^{e} trimestre, à la technique habituelle, sans toutefois qu’on les oblige à supprimer la pose des soustractions. Cette pose des soustractions n’allonge pas le temps de calcul, les résultats obtenus sont plus fiables et la recherche d’erreurs est facilitée.

DIVISION EN PREMIÈRE ANNÉE

DU CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS

I. ACTIVITÉS DE DISTRIBUTIONS D'OBJETS.

Cette 1re séance peut dépasser une heure, il est donc conseillé de commencer directement par les activités décrites sans les faire précéder de calcul mental ni de révisions diverses.

<u>Objectifs</u> : **Construction de tableaux pour décrire les distributions effectuées.**
Utilisation d'écritures du type $a = (b \times q) + r$.
<u>Matériel</u> : une boîte contenant de 35 à 45 objets (capsules ou grains ou pions) par groupe de 3 à 6 enfants.
<u>Consignes</u> : Il faut distribuer les objets pour que chacun en reçoive la même quantité. Après chaque tour de distribution, écrivez ce que vous avez fait.

<u>Déroulement</u> : Les enfants discutent de la façon de distribuer et de ce qu'ils doivent écrire.
Le maître passe dans chaque groupe s'assurer que les consignes ont été comprises ; il précise qu'il désignera un élève de chaque groupe qui devra montrer à tous les enfants de la classe ce que son groupe a fait.
Si l'un des groupes est très rapide, le maître change la quantité d'objets de la boîte et leur redonne les consignes.
<u>Mise en commun</u>. Lorsque tous les groupes ont terminé, le maître désigne un rapporteur qui expose aux autres ce qui a été trouvé.
<u>Synthèse</u> : Prenant prétexte de la disparité des présentations, le maître discute de tout ce qu'il faut noter et construit avec la classe une disposition comme ci-dessous en la réalisant lui-même au tableau.
D'abord, tous les objets sont remis dans les boîtes et on prend comme convention de distribuer les objets un par un.

32 objets.
3 joueurs.

Nombre d'objets pour chacun	Nombre d'objets distribués en tout	Nombre d'objets qui restent
0	0	32
1	3	32 – 3 = 29
2	6	29 – 3 = 26
3	$3 \times 3 = 9$	26 – 3 = 23
4	$4 \times 3 = 12$	23 – 3 = 20
.	.	.

La première ligne est écrite pour définir l'état initial : il y a 32 objets dans la boîte et rien n'a encore été distribué.
La deuxième ligne est écrite lorsqu'un objet a été donné à chacun des 3 joueurs concernés de chaque groupe.
Dans la dernière colonne de la troisième ligne, des enfants veulent écrire 32 – 6 au lieu de 29 – 3.
On pourra accepter dans un premier temps et mettre les deux égalités en ligne :

29 – 3 = 26 ou 32 – 6 = 26.

Soit à la quatrième ligne, soit à la suivante, on introduira l'écriture multiplicative 3×3 (ou 4×3) en montrant que sur les tables on a 3 (ou 4) paquets d'objets distribués.

Le maître demande alors aux enfants de poursuivre seuls, en travail individuel :

<u>Consigne</u> : **Recopiez ce tableau sur votre cahier.**
Continuez les distributions et continuez le tableau.

Le maître peut alors passer dans les groupes et aider les enfants en difficulté. A ceux qui ont terminé, il propose d'autres quantités d'objets dans la boîte et demande de refaire un tableau en veillant à ce que les titres des colonnes soient bien notés.
Lorsque tous les enfants ont terminé ce travail, le maître complète rapidement le tableau puis <u>dirige une observation et suscite des remarques</u> :
• dans la colonne du milieu, les nombres vont de 3 en 3 ; on a écrit le début de la table de multiplication de 3 et on pourra compléter les 2 lignes au-dessus de 3 x 3 :

$$1 \times 3 = 3$$
$$2 \times 3 = 6$$

• pour "passer" de la 1re colonne à la 2^{e}, on multiplie par 3.

• dans la 3^{e} colonne, on retire toujours 3.
Un certain nombre d'élèves ont en fait souvent écrit dans cette 3^{e} colonne :

32 **-** (le nombre d'objets distribués en tout)

écriture qui avait été acceptée dans un premier temps. On en tirera parti en faisant remarquer que si dans chaque ligne, on ajoute le nombre de la 2^{e} colonne à celui de la 3^{e} on trouve toujours 32.
Par exemple :

$$3 + 29 = 32$$
$$6 + 26 = 32$$
$$9 + 23 = 32$$

que l'on pourra écrire aussi en utilisant l'autre écriture du nombre de la 2^{e} colonne :

$$(1 \times 3) + 29 = 32$$
$$(2 \times 3) + 26 = 32$$
$$(3 \times 3) + 23 = 32$$
$$\dots$$

jusqu'à la dernière ligne : $(10 \times 3) + 2 = 32$

Aux groupes d'enfants qui auraient quelque difficulté à donner du sens à ces égalités, on demandera de refaire une distribution de 32 objets à 3 enfants et de vérifier à chaque fois l'égalité correspondante ; par exemple, quand chacun a reçu 5 objets, on voit sur la table 3 tas de 5 objets et 17 objets qui restent : $(5 \times 3) + 17 = 32$

On insistera sur la dernière égalité que tous les enfants devront copier sous leur tableau :

$$\boxed{\mathbf{(10 \times 3) + 2}} \; \mathbf{=} \; \boxed{\mathbf{32}}$$

ou plutôt : $\boxed{\mathbf{32}} \; \mathbf{=} \; \boxed{\mathbf{(10 \times 3) + 2}}$ ou $\boxed{\mathbf{32}} \; \mathbf{=} \; \boxed{\mathbf{(3 \times 10) + 2}}$

et sur la phrase réponse : **Chacun a reçu 10 objets et il reste 2 objets.**

<u>Note</u> : *Le signe* **:** *(deux points), signe du quotient exact ne peut être utilisé ici.*
De même, le signe du quotient entier ÷ prête à confusion avec le signe des calculatrices et ne permet pas d'écrire le reste de la division.
Une écriture telle que <u>32 : 3 = 10 et il reste 2</u> *n'a aucun sens ni en mathématiques ni en français et n'est d'aucun secours pour l'enfant. Elle est donc à bannir totalement même si on la retrouve encore dans un "manuel" paru en 1990.*

DEUXIÈME SÉANCE.

Objectif : **Réinvestissement des acquis de la première séance dans des domaines numériques variés, mais où les quotients ne dépasseront pas 13 ou 14.**

Le maître pourra écrire au tableau les problèmes suivants en demandant de faire des tableaux comme la dernière fois :

> 1. Il faut partager 85 bonbons entre 12 enfants. Chaque enfant devra recevoir la même quantité de bonbons. Quand la distribution est terminée, chacun a reçu combien de bonbons ?

> 2. Le directeur a 237 cahiers. Il fait des piles de 25 cahiers pour les donner dans les classes. Combien de piles va-t-il faire ?

> 3. La coopérative veut acheter des appareils de projection pour les classes. Un appareil coûte 2120 F. La coopérative a 6462 F en caisse.
> Combien d'appareils pourra-t-elle acheter ?

Si un ou plusieurs enfants éprouvent des difficultés, on pourra revenir à des manipulations. On changera le terme bonbon en capsule ou cube, selon le matériel mis à leur disposition, et on leur fera faire les distributions correspondant au premier problème. Cette activité pourra servir de moyen de contrôle à ceux qui auront rempli directement le tableau.

Le maître veillera à ce que :
- les titres des colonnes soient correctement remplis,
- l'égalité correspondant à la dernière ligne du tableau soit écrite,
- la réponse en français figure bien.
- Et seulement ensuite, il demandera à l'enfant de vérifier la justesse des calculs, c'est à dire que l'égalité écrite est bien vraie.

Réponses attendues :

Problème 1

Nombre de bonbons pour chacun	Nombre de bonbons distribués en tout	Nombre de bonbons qui restent
0	0	85
1	$1 \times 12 = 12$	$85 - 12 = 73$
•	•	•
•	•	•
$\boxed{7}$	$7 \times 12 = 84$	$13 - 12 = \boxed{1}$

$$\boxed{\mathbf{85}} = \boxed{\mathbf{(7 \times 12) + 1}}$$

Chaque enfant reçoit 7 bonbons et il en reste 1.

Problème 2

Nombre de piles	Nombre de cahiers mis en tout	Nombre de cahiers qui restent
0	0	237
1	$1 \times 25 = 25$	$237 - 25 = 212$
•	•	•
$\boxed{9}$	$9 \times 25 = 225$	$37 - 25 = \boxed{12}$

$$\boxed{\mathbf{237}} \ \mathbf{=} \ \boxed{\mathbf{(9 \times 25) + 12}}$$

Le directeur a fait 9 piles et il reste 12 cahiers.

Remarque : *Ce problème n'est plus un problème de distribution. Les enfants ne rencontrent pourtant pas de grosses difficultés si ce n'est pour remplir les titres des colonnes.*

Une mise en commun des idées de la classe pourra amener le maître à faire une petite synthèse :
- dans la première colonne, on écrit ce que l'on cherche : soit le nombre d'objets à chacun, soit le nombre de piles, soit le nombre d'appareils ;
- dans la dernière colonne, c'est ce qu'il reste ;
- dans la colonne du milieu, c'est ce qui est déjà fait : le nombre d'objets déjà donnés, le nombre de cahiers déjà mis en piles, etc...

Enfin, on décide de tous faire de la même façon dans la 3e colonne :
aux enfants qui calculent encore la différence entre le nombre de départ et le nombre trouvé dans la 2e colonne, les autres qui retirent toujours le même nombre peuvent montrer qu'ils vont plus vite en disposant ainsi les calculs hors du tableau :

237		237		
$\underline{-25}$		$\underline{-25}$		
212	au lieu de	212	et	237
$\underline{-25}$				$\underline{-50}$
187				187

Problème 3

Nombre d'appareils achetés	Prix des appareils achetés	Argent qui reste en caisse
0	0	6462
1	$1 \times 2120 = 2120$	$6462 - 2120 = 4342$
2	$2 \times 2120 = 4240$	$4342 - 2120 = 2222$
$\boxed{3}$	$3 \times 2120 = 6360$	$2222 - 2120 = \boxed{102}$

$$\boxed{\mathbf{6462}} \ \mathbf{=} \ \boxed{\mathbf{(3 \times 2120) + 102}}$$

On peut acheter 3 appareils et il reste 102 F en caisse.

Ce problème pourra être recopié et servir de référence avec celui de la première séance.

Note : *Les enfants ayant encore des difficultés dans la technique de la soustraction ont ici une occasion de beaucoup s'entraîner, et une motivation suffisante. Les nombres 12 et 25 ont été choisis car leurs tables sont utiles à connaître et le nombre 2120 ne génère pas de calculs compliqués*

SÉANCES SUIVANTES :

En général, lors de ces quelques séances où l'on vise l'acquisition d'une certaine maîtrise de la part des enfants, les corrections collectives sont inutiles.

Dans les classes de perfectionnement, on proposera pendant encore 3 ou 4 séances, des situations du même type que ci-dessus, le temps que le tableau soit régulièrement bien fait et les soustractions maîtrisées.

Dans toutes les classes, on donnera les 3 problèmes suivants :

> 4. Pour la kermesse, on fait des sachets de bonbons. Dans chaque sachet, on met 25 bonbons. On a fait 136 sachets et il reste 12 bonbons.

> 5. Pour faire un cahier, il faut 24 feuilles. Combien de cahiers peut-on faire avec 275 feuilles ?

> 6. Un enfant a 253F. Il veut acheter des cassettes à 36F. Combien de cassettes pourra-t-il acheter ?

Commentaires :

Problème 4

L'objectif visé au travers de ce problème est de faire réfléchir les enfants en évitant qu'un mécanisme aveugle ne se mette en place. La question n'est pas posée volontairement.

On les verra souvent se lancer dans la construction de tableaux analogues aux précédents, mais dont ils n'utiliseront pas la 3^e colonne.

Exemple de solution obtenue :

Nombre de sachets	Nombre de bonbons mis en sachets
0	0
1	25
2	$2 \times 25 = 50$
3	$3 \times 25 = 75$
136	$136 \times 25 = 3400$

Ces lignes ne sont pas inutiles, elles permettent aux enfants de bien appréhender la situation. Elles préparent aussi le travail sur la proportionnalité.

$3400 + 12 = 3412$ ou $(136 \times 25) + 12 = 3412$

En tout, il y a 3412 bonbons.

Problème 6

Il y a 8 réponses possibles. On demandera aux enfants d'en rédiger quelques unes à partir de la lecture de lignes du tableau. Exemple :

Si l'enfant achète 3 cassettes à 36 F, il dépense 108 F et il lui reste 145 F.

◊ Aux élèves les plus rapides de CE2, le maître pourra proposer :

> 6 bis. On part de 0, combien de sauts de 15 doit-on faire pour arriver le plus près possible de 134 sans dépasser ce nombre ?

Il n’est pas utile d’exiger la présentation en tableau mais lors de la synthèse (ce qui ne veut pas dire qu’il faut corriger ce problème au tableau) les élèves doivent faire le rapport avec les situations précédentes.

◊ Le maître pourra donner des tableaux à compléter :

Nombre de colliers	Nombre de perles utilisées	Nombre de perles qui restent
0	0	280
1	32	
2	64	
		152
5		
		88
8		24

puis demander d’écrire le texte du problème correspondant, la dernière égalité et la réponse.

◊ Le maître pourra aussi donner une égalité : $\mathbf{47 = (4 \times 11) + 3}$ et demander d’écrire une histoire de distribution complète.
Ici, il peut y avoir 4 ou 11 parts.

Avec cette autre égalité : $\mathbf{49 = (4 \times 11) + 5}$ il ne peut y avoir 4 parts puisque le reste 5 est supérieur à 4.

II. RECHERCHES DE STRATEGIES POUR TROUVER DE PLUS EN PLUS RAPIDEMENT LE QUOTIENT ET LE RESTE.

Avertissement :
La progression indiquée ci-dessous est prévue pour les élèves les moins à l’aise et ceux des classes de perfectionnement. Les “bons” élèves des CE2 trouveront beaucoup plus vite, si cela n’a pas encore été fait, les stratégies efficaces.
Il conviendra donc de ne pas freiner ces enfants mais de leur proposer des situations très variées et plus complexes qui leur permettront de mettre à l’épreuve leurs découvertes ; mais il ne s’agira pas de demander aux plus faibles d’appliquer les méthodes trouvées par les meilleurs si elles ne semblent pas bien comprises.
Enfin, l’objectif en cette 1re année n’est pas d’amener la disposition habituelle de la technique opératoire de la division , mais de passer le temps nécessaire à la reconnaissance des situations de division.

<u>II.1 Objectif</u> : Passer des distributions d'objets un par un à des distributions 10 par 10, ou plus généralement, par dizaines entières.

<u>Situation-problème</u> :

> On doit distribuer **77** tickets de tombola à **3** classes. Chaque classe doit recevoir la même quantité et le plus grand nombre possible de tickets.
> Combien de tickets recevra chaque classe ?

<u>Déroulement</u> : Les élèves se lancent dans la construction du tableau à 3 colonnes et font leurs calculs. Lorsqu'ils arrivent vers 3 x 12 , tous se rendent compte que le travail va être très long, même si les calculs sont faciles.

Le maître interviendra alors pour leur dire qu'ils ont le droit d'utiliser un moyen plus rapide s'ils en trouvent un, et qu'ils peuvent s'aider entre voisins.

Certains enfants pensent à donner 2 ou 5 tickets à la fois, mais ont du mal à noter les calculs correspondants dans le tableau, d'autres, comme ceux des classes de perfectionnement ne trouvent rien.

Au bout de quelques minutes, le maître demande que les idées trouvées soient exposées à l'ensemble de la classe.
Dans le cas où aucune idée ne surgit, on fera référence aux premières manipulations où les enfants donnaient naturellement des paquets de 2 ou 3 objets à la fois, ou mieux, on propose de réaliser effectivement une distribution avec les conditions suivantes :

- aller rapidement
- donner des paquets d'objets qui n'obligent pas à des calculs compliqués.

L'idée de donner des paquets de 10 intervient souvent à ce moment, sinon le maître rappelle les situations rencontrées lors de l'étude de la multiplication : comment faisait-on pour compter vite et facilement ?

<u>Consigne</u> : Recommencer le tableau en donnant des paquets de tickets pour que cela aille vite et que les calculs soient faciles.

Nombre de tickets pour chaque classe	Nombre de tickets distribués en tout	Nombre de tickets qui restent
0	0	77
10	$10 \times 3 = 30$	$77 - 30 = 47$
10	$10 \times 3 = 30$	$47 - 30 = 17$
5	$5 \times 3 = 15$	$17 - 15 = \boxed{2}$

La plupart des enfants construisent le tableau présenté ci-dessus.
On en verra bien sûr redonner 10 à la 4^{e} ligne et poser 17 – 30 (et quelquefois trouver 23 ou 13).
Quand ils ne peuvent plus donner 10, ils donnent souvent la moitié soit 5.

Pour beaucoup d'élèves, le travail s'arrête là, il n'y a pas d'égalité écrite ni de réponse en français.

Une <u>mise en commun</u> est donc nécessaire.
Les enfants lisent chaque ligne du tableau en décrivant la situation correspondante. En particulier, à la 3^{e} ligne, on donne ENCORE 10 tickets à chaque classe. Chaque classe a donc reçu 10 + 10 tickets.
Dans les classes de perfectionnement, on fera un dessin représentant les parts de chaque classe en y ajoutant des paquets de 10 à chaque lecture de ligne.

En <u>synthèse</u> le maître indiquera :
- qu'il faudrait donc ajouter la précision “à chaque fois” dans les titres des 2 premières colonnes,
- qu'il faut additionner tous les nombres de la 1re colonne pour trouver la part de chaque classe
- et enfin écrire l'égalité et la réponse en français .

<u>Applications</u> :

7. Quatre enfants se partagent un sac de 155 billes. Chacun doit en recevoir la même quantité et le plus possible.

8. Au Loto, 6 personnes jouent ensemble. Elles gagnent 538 F et se partagent cette somme de façon équitable. Quelle somme recevra chacune d'elle ?

Le maître expliquera la signification du mot “équitable”.
Dans l'intitulé des titres des colonnes, des enfants sont gênés par le mot somme et on pourra les laisser utiliser dans un premier temps l'expression “nombre de F”.

Exemple de réponse obtenue pour le problème 8 :

Nombre de F donnés à chacun à chaque fois	Nombre de F distribués en tout à chaque fois	Nombre de F qui restent
0	0	538
10	$6 \times 10 = 60$	538 – 60 = 478
40	$6 \times 40 = 240$	478 – 240 = 238
20	$6 \times 20 = 120$	238 – 120 = 118
10	$6 \times 10 = 60$	118 – 60 = 58
5	$6 \times 5 = 30$	58 – 30 = 28
2	$6 \times 2 = 12$	28 – 12 = 16
2	$6 \times 2 = 12$	16 – 12 = $\boxed{4}$
$\boxed{89}$		

$$\mathbf{538 = (6 \times 89)} + 4$$

Chaque personne reçoit 89F et il reste 4F.

A la 3^{e} ligne, des enfants ont vu qu'ils pouvaient donner plus de 10 à chaque fois et sans intervention du maître certains ont choisi 50, d'autres 30 ou 40. S'ils ont pris 40, ils essayent le même nombre à la ligne suivante et se rendent compte, s'ils maîtrisent la soustraction, qu'ils ne peuvent calculer 238 – 240. Par la suite, on voit les enfants comparer les lignes précédentes avant de choisir la quantité à donner à chacun.
Le maître demandera de vérifier les calculs (c'est-à-dire calcul de 6×89 puis ajout de 4)
Sans donner d'autres problèmes, on passera à la partie suivante.

<u>II.2 Objectif</u> : Passer des distributions d'objets par dizaines entières à des distributions 100 par 100, ou plus généralement, par centaines entières puis par dizaines entières.

<u>Situations-problèmes</u>:

> 10. Quatre personnes ont fait un voyage. Elles se partagent les dépenses qui sont de 1 345F. Chaque personne devra payer la même somme.

La plupart des enfants, même les plus faibles, pensent, après avoir choisi 10F, à faire donner 100F par chacun. Une correction collective n'est pas nécessaire, le maître pourra simplement permettre que l'expression "à chaque fois" dans les 2 premières colonnes soit sous-entendue et non plus inscrite.

> 11. La coopérative de l'école a vendu des billets de tombola. à 12F le billet. En tout, elle a récolté 6 996F. Combien de billets ont été vendus ?

Exemple de solution donnée par des élèves :

Nombre de billets vendus	Nombre de F récoltés	Nombre de F qui restent
0	0	6 996
200	$200 \times 12 = 2\,400$	$6\,996 - 2\,400 = 4\,596$
300	$300 \times 12 = 3\,600$	$4\,596 - 3\,600 = 996$
50	$50 \times 12 = 600$	$996 - 600 = 396$
30	$30 \times 12 = 360$	$396 - 360 = 36$
3	$3 \times 12 = 36$	$36 - 36 = \boxed{0}$
$\boxed{583}$		

$6\,996 = 583 \times 12$
583 billets ont été vendus.

Beaucoup d'enfants écrivent $6\,996 = (583 \times 12) + 0$. On fera remarquer que c'est exact mais que l'on peut écrire plus simplement.
Quelques élèves essayent d'abord 10 et remplissent la ligne puis 100, avant d'essayer 200 ou 300. On les engagera à estimer mentalement l'ordre de grandeur par la suite pour ne pas commencer par 10 dans un cas comme celui-ci.

<u>II.3 SÉANCES SUIVANTES</u> :

Deux types d'activités seront menées parallèlement :

II.3.1- <u>Résolutions de problèmes divers</u> relevant ou non de la division de façon à :
- entretenir les acquis antérieurs,
- éviter l'utilisation aveugle d'une procédure,
- bien cerner ainsi les situations de division.

Dans ces problèmes, on fera varier le domaine numérique ; la taille des nombres n'est pas limitée. On veillera à ce que les calculs ne soient pas trop fastidieux et dans certains cas on fera utiliser une calculette.

Exemples :

12. Un marchand a reçu des bicyclettes toutes au même prix. Chaque bicyclette lui coûte 1342F. En tout, il a payé 45 628F. Devine le nombre de bicyclettes qu'il a reçues.

13. Au Supermarché, les oeufs sont rangés dans des boites de 24 oeufs. Dans un grand carton, on peut compter 128 boites. Combien d'oeufs y-a-t-il dans le grand carton ?

14. A l'entrée d'un parking, les gardiens ont vu rentrer 1728 voitures. Le parking peut contenir 2345 voitures. Combien de voitures peuvent-ils encore laisser rentrer ?

II.3.2. Activités de calcul rapide, encadrement d'un nombre par 2 multiples consécutifs.

Par écrit, exercices à trous du type :

$6 \times \square = 42$ $\square \times 8 = 40$ etc.

Oralement :

En 42 combien de fois 6 ? En 40 combien de fois 8 ?

Par écrit , puis oralement :

$6 \times \square < 45 < 6 \times \square$ $\square \times 8 < 59 < \square \times 8$

Pour certains élèves, on pourra adopter la présentation verticale suivante qui leur permet d'utiliser plus facilement la table de multiplication (et non la table de Pythagore) :

$6 \times \square = .$

------ 45

$6 \times \square = .$

Pour d'autres enfants, c'est plutôt la disposition sur la demi-droite numérique qui est efficace :

45

$6\times$.	$6\times$.	$6\times$.	$6\times$.	$6\times$.	$6\times$.

Pour certains on devra refaire un travail sur l'ordre et la comparaison de 2 nombres et en calcul rapide ou mental, procéder à une maîtrise des règles de multiplication par 10, 100, 1000 d'un nombre entier :

$40 \times 100 =$ $2050 = . \times 10$

$403 \times 10 =$ $3500 = 35 \times .$

II.4. UTILISATION DES TABLES DE MULTIPLICATION POUR TROUVER SANS TATONNEMENTS LES CHIFFRES DU QUOTIENT.

A propos de textes comme ceux déjà donnés :

6 personnes se partagent 538F

77 tickets à partager entre 3 classes,

des enfants ont pensé à utiliser les tables de 6 ou de 3. Il est temps maintenant de systématiser cette méthode.

Objectifs : **Utilisation de la table de 6 (de 0×6 à 10×6)**
Construction et utilisation de la table 10×6, 20×6, 30×6,..., 100×6.

Situation-problème :

15. Un éleveur met ses oeufs en boîtes de 6. Quand il a terminé, il dit qu'aujourd'hui ses poules ont pondu 453 oeufs. L'éleveur a rempli combien de boîtes ?

Déroulement. Quand les enfants ont terminé le travail demandé, le maître recopie au tableau la production d'un enfant qui a fait beaucoup de lignes dans son tableau.

Nombre de boîtes remplies	Nombre d'oeufs placés en tout	Nombre d'oeufs qui restent
0	0	453
10	$6 \times 10 = 60$	$453 - 60 = 393$
30	$6 \times 30 = 180$	$393 - 180 = 213$
30	$6 \times 30 = 180$	$213 - 180 = 33$
3	$6 \times 3 = 18$	$33 - 18 = 15$
2	$6 \times 2 = 12$	$15 - 12 = \boxed{3}$
$\boxed{75}$		

1. Question : Certains ont écrit 2 lignes encore quand il restait 33 oeufs à placer. Comment faire pour aller plus vite et n'écrire qu'une ligne ?

Les enfants répondent généralement qu'on sait par coeur que $6 \times 5 = 30$ et que $6 \times 6 = 36$;
$6 \times 6 = 36$ c'est trop grand alors c'est 6×5.
Si on ne sait pas bien ses tables, on cherche la table de 6 et on regarde où on peut placer 33.
Le maître écrira au tableau : $6 \times \boxed{5} = 30$

------ 33

$6 \times 6 = 36$

et encadrera le 5.

2. Question : Il a fallu 3 lignes (10, 30, 30).
Comment faire pour trouver 70 directement?

Les idées ne fusent pas toujours... On précisera après quelques instants :
Comment trouver si c'est 10 ou 20 ou 30 ou 40 ... ou 70 ?

On arrive alors à l'idée de construire la table 6×10, 6×20, 6×30, 6×40...
Chaque enfant construit cette table.

Aux enfants qui sont allés très vite, le maître demande d'exposer leur méthode :
Pour multiplier par 20, on multiplie par 2 puis par 10, On récite la table de 6 et on écrit un 0 à côté du 2 puis un 0 à côté du résultat.
On décide alors de mettre cette méthode en évidence en recopiant la table de 6 et en la "complétant" avec des 0 en couleur, en rouge par exemple.

3. Utilisation de la table de 6 ainsi complétée.

$6 \times 0 = 0$
$6 \times 10 = 60$
$6 \times 20 = 120$
....
$6 \times \boxed{70} = 420$ — **453**
$6 \times 80 = 480$
$6 \times 90 = 540$
$6 \times 100 = 600$

Le maître refait le tableau :

Nombre de boîtes remplies	Nombre d'oeufs placés en tout	Nombre d'oeufs qui restent
0	0	453
70	$6 \times 70 = 420$	453 – 420 = 33

Il reste 33 oeufs. C'est entre 0 et 60, on ne peut plus remplir 10 boîtes. Donc c'est moins de 10 boîtes.
Pour trouver dans la table, il faut donc "oublier" les 0 rouges et on retrouve bien 5.
Les enfants terminent le tableau.

4. Le maître fera bien remarquer aux élèves :
- la diminution des calculs une fois la table construite
- le raccourcissement du tableau
- la grande facilité du calcul du nombre total de boites (70 + 5 = 75)

5. Application.

16. Au restaurant, les 25 amis réunis décident de payer tous la même chose. La note totale est de 2189F.

La table de 25 se construit rapidement.
Le maître peut également signaler qu'ils l'ont déjà calculée et qu'il peuvent la retrouver dans leur cahier (problème des cahiers mis en piles de 25 par le directeur, page 5). Les enfants pourront ainsi constater les progrès réalisés.

On ne poussera pas les calculs jusqu'aux centimes mais, après discussion, il faudra prendre le quotient à une unité près par excès . (Il est inutile de donner ce vocabulaire)

Pendant cette activité, le maître aura pu aider les enfants éventuellement en difficulté. Il n'est pas nécessaire de proposer une autre application mais plutôt de passer tout de suite à une situation qui amène à la ...

<u>Recherche du nombre de centaines du quotient.</u>

17. Aujourd’hui, l’éleveur a mis ses oeufs en boîtes de 12. Après avoir compté les boîtes, il dit que ses poules ont pondu 5050 oeufs. Combien de boîtes ...

<u>Déroulement</u> : deux méthodes sont utilisées par les enfants.

- Certains font directement le tableau en remplissant 100 boîtes puis 200 puis 100.
- d’autres construisent la table de 12 et la complètent de 0 rouges puis se rendent compte que ce n’est pas suffisant car 5050 est supérieur à 12×100.

Le maître intervient pour rappeler qu’il faut réaliser le tableau le plus court possible. Il laisse terminer les enfants puis fait procéder à une <u>mise en commun</u> :
La plupart des enfants ont remarqué qu’il faut plus de 100 boîtes, qu’il faut donc chercher si c’est 200 ou 300 ou 400 ou ... Il faut donc construire la table

100×12
200×12
...

Pour que même les plus faibles des élèves puissent comprendre, la construction est faite en commun : **pour multiplier par 200, 300, ... , on multiplie par 2, 3, ..., puis par 100.**
Mais quand la table de 12 est déjà complétée avec des 0 rouges, c’est parce qu’on a déjà multiplié par 10.
Pour multiplier par 200, 300, ... , on multiplie par 2, 3, ..., puis par 10, puis encore par 10.
Il reste donc seulement à multiplier par 10, pour le montrer on va compléter avec des **0** verts.
Pour certains enfants, il faudra comparer la table 100×12, 200×12, ... construite par ajouts de deux 0 avec la table 10×12, 20×12, ... qui comporte les 0 rouges, pour comprendre les **0** verts.

12 ×	0	=	0	
12 ×	1 0 **0**	=	12 0 **0**	
12 ×	2 0 **0**	=	24 0 **0**	**250**
12 ×	3 0 **0**	=	36 0 **0**	
12 ×	4 0 **0**	=	48 0 **0**	**5050**
12 ×	5 0 **0**	=	60 0 **0**	
12 ×	6 0 **0**	=	72 0 **0**	
12 ×	7 0 **0**	=	84 0 **0**	
12 ×	8 0 **0**	=	96 0 **0**	
12 ×	9 0 **0**	=	108 0 **0**	
12 ×	10 0 **0**	=	120 0 **0**	

On remplit d’abord 400 boîtes puis on oublie les **0** verts et on remplit encore 20 boîtes.

Nombre de boîtes remplies	Nombre d’oeufs placés en tout	Nombre d’oeufs qui restent
0	0	5050
400	$400 \times 12 = 4800$	$5050 - 4800 = 250$
20	$20 \times 12 = 240$	$250 - 240 = \boxed{10}$
$\boxed{420}$		

$5050 = (420 \times 12) + 10$

L’éleveur a rempli 420 boites et il reste 10 oeufs.

(on peut vérifier : $420 \times 12 = 5040$ $5040 + 10 = 5050$)

A partir de maintenant, les enfants sont capables de trouver rapidement le quotient et le reste de la division d'un entier par un autre entier non nul, si la table de multiplication de ce dernier nombre leur est fournie.
On trouvera en dernière page un exemple de feuille polycopiée qui peut être distribuée. Il restera aux enfants à les compléter avec des 0 de couleurs selon leurs besoins.

Avant d'aborder une nouvelle disposition des calculs, (disposition qui pourra très bien être repoussée à l'année suivante), des problèmes variés seront proposés pendant 4 à 5 séances :
(une dizaine de séances dans les classes de perfectionnement)

17. Huit personnes ont joué ensemble au loto. Elles ont gagné en tout 2 850F. Chacune d'elle va recevoir la même somme. Combien ?

18. A la séance de l'après-midi, 214 personnes ont assisté à la projection du film. Chacune des personnes a payé sa place 38F. Quelle somme y-a-t-il dans la caisse ?

19. Une dame a acheté 6 chaises toutes au même prix, elle a payé 1 428F. Quel est le prix d'une chaise ?

20. La coopérative de l'école a 5 600F en caisse. Les maîtres pensent faire acheter des dictionnaires pour les classes. Un dictionnaire coûte 123F.

21. Pour faire une excursion, 37 personnes louent un car. Le propriétaire du car demande 4000F. Quelle somme devra payer chacun ?

22. Pour le repas de noces, on a invité 187 personnes. Elles seront installées par table de 8 personnes. Combien de tables faut-il prévoir ?

23. Une salle de spectacle contient 305 places. Une fois les spectateurs installés, on compte 17 places vides.

Des calculs pourront être proposés sans texte. Si les mots DIVIDENDE et DIVISEUR ne sont pas utiles à ce niveau, on aura tout de même dit au cours de la correction de problèmes que l'on a DIVISE un nombre par un autre. Les exercices de division pourront donc être présentés sous des formes telles que : **Divisez 2 342 par 37**
En 1549 combien de fois 7 ?
Complétez : 7 072 = (34 × $\boxed{}$ **) +** $\boxed{}$

Dans ces cas, les têtes des colonnes restent vierges.

On évitera de proposer en travail individuel des textes faisant appel aux mesures de longueurs ou de masse du type :

On a récolté 325 kg de mandarines. On les livre au Supermarché par cageots de 12 kg.

On les réservera pour la 2^e année du cycle.

<u>Au cours de ces exercices et problèmes</u>, on notera que beaucoup d'enfants éprouvent des difficultés de 2 types :

- il faut utiliser une table qui a déjà servi, qui a donc été complétée par des 0 de différentes couleurs. Le repérage de la place d'un nombre donné est difficile dans un tel contexte.
- une table vient d'être construite, avec quels 0 faut-il la compléter ?

Après avoir exposé ces difficultés à la classe, le maître fera mener une recherche systématique de

II.5 l’ordre de grandeur du quotient

Déroulement : Prenons le problème 19. Une dame a payé 1428F pour 6 chaises.

Question s			Réponses
une chaise vaut plus de 1 F ?	6×1	= 6	oui
une chaise vaut plus de 10 F ?	6×10	= 60	oui
une chaise vaut plus de 100 F ?	6×100	= 600	oui
~~une chaise vaut plus de 1000 F ?~~	~~6×1000~~	~~= 6000~~	non

On raye la dernière ligne.

Synthèse : Une chaise coûte plus de 100F et moins de 1000F.
On va donc se repérer dans la table de 6 avec les **0** verts et chercher si une chaise vaut plus de 200F, ou plus de 300F , etc.
A partir de maintenant, il faudra toujours faire ce travail pour savoir si l’on cherche d’abord des dizaines ou des centaines ou des milliers.

Exemple : 2342 à diviser par 37.

$37 \times 1 = 37$
$37 \times 10 = 370$
------------2342
~~$37 \times 100 = 3700$~~

Il suffit de compléter la table de 37 avec des 0 rouges, ou de se repérer avec les 0 rouges.

Des **exercices d'entraînement** seront donnés, d’abord par écrit puis en calcul mental
-du type précédent
-du type suivant (sauf dans les classes de perfectionnement) :

Encadrez la bonne réponse

- On partage équitablement 2500 bonbons entre 23 enfants.
15 75 95 108 305 1004

- La machine a produit 1840 gâteaux. Elle va les mettre en paquets de 18.
85 100 102 250 272 1020

- Un carrelage rectangulaire comporte 78 carreaux. On compte 15 carreaux sur un côté. Sur l’autre côté il y a 10 5 73 15 carreaux.

Le maître procède ensuite à un inventaire des réponses et des raisons des choix faits.
Les vérifications se font par multiplications.

III.NOUVELLE DISPOSITION DES CALCULS.

Objectifs : **Alléger les écritures dans le tableau de résolution**
Parvenir à une disposition des calculs proche de la disposition conventionnelle.

Déroulement : Après avoir proposé un texte de problème facile, le maître le corrigera en écrivant sur la partie gauche du tableau de la classe, pour ensuite, sur la partie droite, présenter la nouvelle disposition.

Exemple : 2 773 F à partager entre 12 personnes.

1 F ? à chacun	12×1	= 12
10 F ? à chacun	12×10	= 120
100 F ? à chacun	12×100	= 1200
		---------2773
~~1000 F ? à chacun~~	~~12×1000~~	~~= 12000~~

Nombre de F à chacun	Nombre de F donnés en tout	Nombre de F qui restent
0	0	2 773
200	$200 \times 12 = 2\,400$	2 773 – 2 400 = 373
30	$30 \times 12 = 360$	373 – 360 = 13
1	$1 \times 12 = 12$	13 – 12 = $\boxed{1}$
$\boxed{231}$		

2 773 = (231 × 12) + 1 **Chacun reçoit 231F et il reste 1F.**

Observation collective du tableau.

- dans la 2e colonne, on perd du temps à recopier ce que l'on lit dans la table de 12. On décide donc de la supprimer en la barrant d'une grande croix.

- pour faire comme les grands, on va échanger les places des 2 colonnes qui restent : d'abord la colonne de ce qui reste puis la colonne de ce que l'on cherche.

Le maître construit ce nouveau tableau sur la partie droite :

Nombre de F qui restent	Nombre de F donnés à chacun
2773	0
2400	200

On trouve 200, en tout on a donc donné 2400F que le maître écrit juste sous 2773.

Au lieu d'écrire en ligne la soustraction, on va la poser directement en colonne.

Les enfants font de même sur leur cahier et poursuivent le travail en même temps que le maître :

	Nombre de F qui restent	Nombre de F donnés à chacun
	2773	0
On trouve 200, en tout on a donc donné 2400F ,	– 2400	200
il reste 373F	373	
On trouve 30, on a donné 360F, il reste 13F	– 360	30
On invitera les enfants à ne pas poser – 12 dans un cas	13	
aussi simple.	– 12	1
2 773 = (231 × 12) + 1	$\boxed{1}$	$\boxed{231}$

En <u>conclusion</u> , on fera bien remarquer :

- qu'il y a moins de choses à écrire,
- que les soustractions sont directement posées,
- que l'on gagne donc du temps par rapport à l'étape précédente.

Laissant le modèle au tableau, le maître invite les enfants à résoudre un autre problème de la même façon :

24. Nicolas dit qu'il y a 864 diapositives chez lui. Il dit que pour le savoir, il a compté toutes les boîtes , et qu'il y a 36 diapositives dans une boîte.

Divisez 9 642 par 4

♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦ ♦
♦ ♦ ♦ ♦ ♦
♦ ♦ ♦
♦